

## COURS 6

L'ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE (2<sup>E</sup> PARTIE)

Le calcul de l'espérance mathématique nous a permis de vérifier si un jeu de hasard était équitable ou non. De plus, elle est la Valeur moyenne d'une variable, qu'on s'attend à obtenir lorsqu'on répète une expérience aléatoire plusieurs fois.

De façon générale, l'espérance mathématique d'une variable aléatoire se calcule ainsi :

1. On multiplie chacune des valeurs possibles de la variable ( $r$ ) par la probabilité ( $p$ ) d'obtenir cette valeur.
2. On fait la SOMME de tous les produits obtenus.

$$\text{ESPÉRANCE MATHÉMATIQUE} = P_1 \cdot r_1 + P_2 \cdot r_2 + \dots + P_n \cdot r_n$$

*r : résultat de la prob.*

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire n'est pas nécessairement un résultat possible de l'expérience aléatoire.

Exemple :

Une entreprise produit des articles de sports. Un article peut être rejeté à cause d'un défaut de fabrication, ce qui entraîne pour l'entreprise une perte de 15 \$. Par ailleurs, l'article peut être vendu en gros avec une réduction, ce qui rapporte un profit net de 3 \$, ou être vendu au détail avec un profit net de 5 \$. Sur 100 articles, la compagnie a calculé qu'elle en rejette 12, en vend 40 avec une réduction et 48 avec le profit maximal.

Calcule le profit moyen par article. *Espérance*

$$\begin{aligned} E &= \frac{12}{100} (-15) + \frac{40}{100} (3) + \frac{48}{100} (5) = \\ &= -1,80 + 1,2 + 2,40 \\ &= 1,80 \$ \end{aligned}$$

La compagnie fait en MOYENNE un profit de 1,80\$/article

**RENDRE UN JEU ÉQUITABLE**

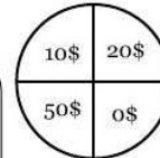
Lorsque l'on veut rendre en jeu de hasard équitable, on doit s'assurer que l'espérance mathématique soit égale à \_\_\_\_\_. Plusieurs situations peuvent se produire.

**1- IDENTIFIER LA MISE DU DÉPART**

Lorsque toutes les informations nous sont fournies et que l'espérance est déjà calculée, il suffit de déterminer la mise de départ en fonction de l'espérance obtenue.

Ex. : Combien doit-on payer à ce jeu pour qu'il soit équitable.

$$E = \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot 10 + \frac{1}{4} \cdot 20 + \frac{1}{4} \cdot 50 = 20\$$$



Pour être équitable, ce jeu doit demander une mise de 20\$.

**2- TROUVER UNE VALEUR MANQUANTE**

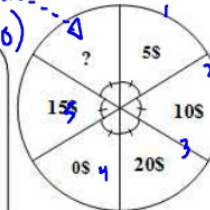
Par une résolution algébrique, il est possible de déterminer la valeur d'une donnée manquante à l'intérieur de l'équation de l'espérance mathématique.

Ex. : Quelle est la valeur manquante sur cette roue pour qu'elle soit équitable si la mise de départ est de 10\$? *(sans remise)*

$$0 = \frac{1}{6}(-5) + \frac{1}{6}(0) + \frac{1}{6}(10) + \frac{1}{6}(-10) + \frac{1}{6}(5) + \frac{1}{6}(x-10)$$

$$0 = 0 + \frac{1}{6}(x-10)$$

$$0 = \frac{1}{6}(x-10) \rightarrow 0 = x-10 \rightarrow x=10$$



Pour que ce jeu soit équitable, la valeur manquante doit être de 10.