Nom: Corrigé   Groupe: ________

Document de révision Chapitre 5

L'étude des fonctions

1. a)

Associe chacune des situations suivantes au graphique qui peut la représenter.

a) Exposé au soleil, un cube de glace perd 30 % de sa masse toutes les minutes.

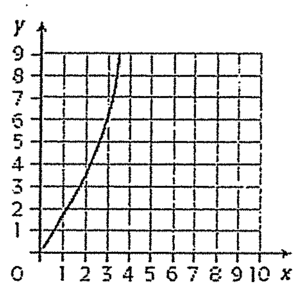
3

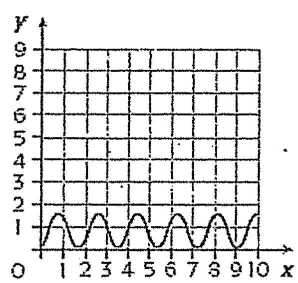
b) Un magasin vend du tissu selon le nombre de mètres carrés.

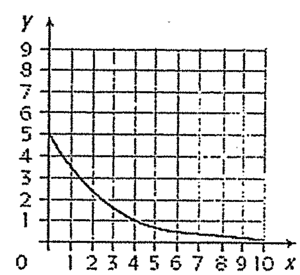
1

c) Une jeune fille saute sur un trampoline à la même hauteur pendant une minute.

2

1


2


3


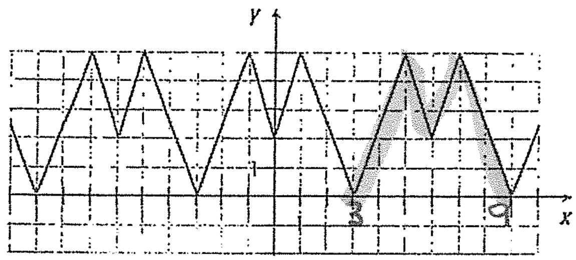
b)

Quel type de fonction permet de modéliser les situations **a)**, **b)** et **c)** ?

1) Quadratique   **2)** Périodique   **3)** Exponentielle

2. Chacun des graphiques suivants représente une fonction périodique. Pour chacun de ces graphiques, indique la période, l'ordonnée à l'origine et les extremums.

a)



Période: P=9-3= 6

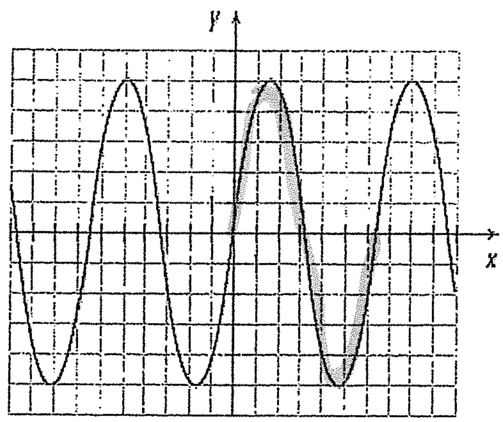
Ordonnée à l'origine`: 2

<u>Extremums</u>

Maximum: 5

Minimum: 0

b)



Période: P=6,3-0 ≈ 6,3

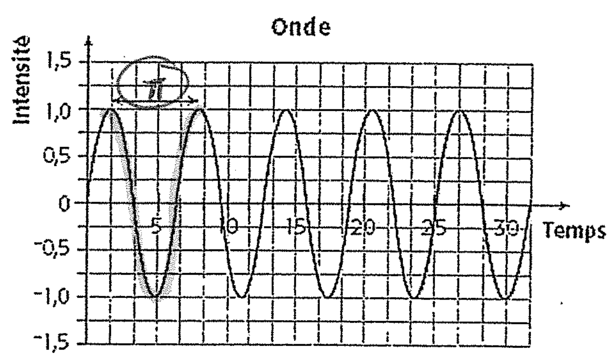
Ordonnée à l'origine`: 0

<u>Extremums</u>

Maximum: 5

Minimum: -5

3. Voici le graphique représentant l'effet d'une onde en un endroit donné, en fonction d'une variation cyclique de l'intensité.



Source: http://fr.wikipedia.org/wiki/Onde

a) Quelle est approximativement la période de la fonction ?

π

b) Dans ce contexte, à quoi correspond la période de la fonction ?

La durée d'une onde

c) Dans ce contexte, à quoi correspondent les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction ?

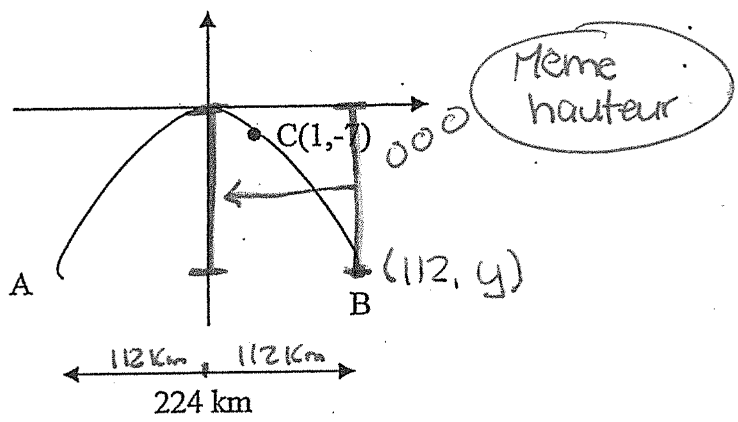
augmentation de l'intensité de l'onde (croissant)

Diminution de l'intensité de l'onde (décroissant)

d) Quelle est l'image de la fonction ?

[-1, 1]

4. Voici la trajectoire d'un avion. **Détermine la hauteur maximale** de l'avion sachant que la distance entre la ville A et la ville B est de 224 km.



1) Trouver la règle

$f(x) = ax^2$

$-7 = a(1)^2$

$-7 = a \cdot 1$

$-7 = a$

$\Rightarrow f(x) = -7x^2$

2) Trouver coordonnées du point B

$y = -7x^2$

$y = -7(112)^2$

$y = -7 \cdot 12544$

$y = -87\,808$

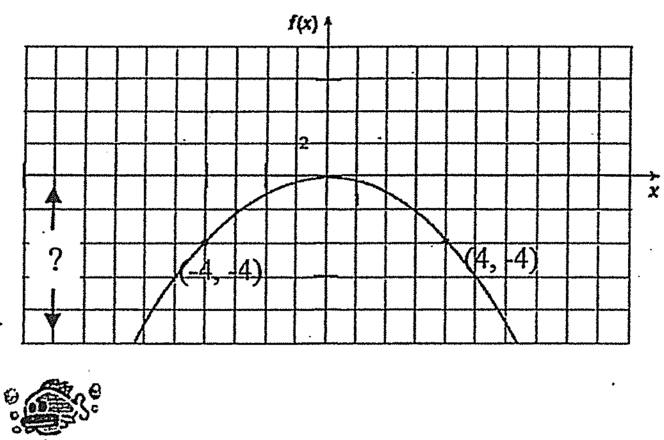
3) Réponse

$\Rightarrow$ La hauteur maximale est de 87 808 km

Attention, une hauteur est une valeur positive!

5. **Voici la trajectoire d'un poisson qui nage et qui passe juste à la surface de l'eau.**

CD 2



Si le poisson se trouve au départ à x = -9, à quelle distance se trouve t-il sous la surface de l'eau ? (Les unités de mesure sont des mètres.)

1) Trouver la règle

$f(x) = ax^2$

$-4 = a(4)^2$

$\frac{-4}{16} = \frac{a \cdot 16}{16}$

$-0{,}25 = a$

$\Rightarrow f(x) = -0{,}25x^2$

2) Trouver les coordonnées du "poisson"

$y = -0{,}25x^2$

$y = -0{,}25(-9)^2$

$y = -0{,}25 \cdot 81$

$y = -20{,}25$

3) Réponse

Le poisson se trouve à 20,25 m. Sous la surface de l'eau.

7. La courbe d'une fonction quadratique dont la règle est de la forme $f(x) = ax^2$ passe par le point $(3, {}^{-}36)$.

a) Quelle est la règle de cette fonction ? Laisse les traces de ta démarche.

$f(x) = ax^2$
$-36 = a(3)^2$
$\frac{-36}{9} = \frac{a \cdot 9}{9}$ $\Rightarrow f(x) = -4x^2$
$-4 = a$

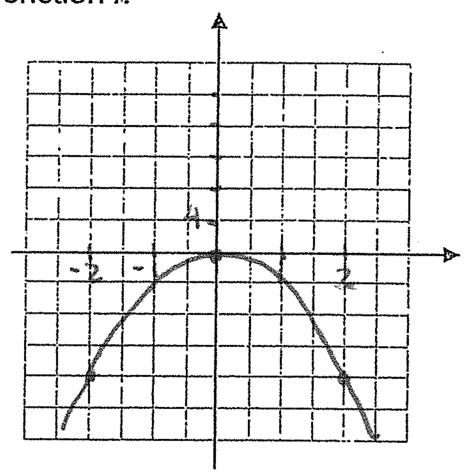
b) Calcule $f({}^{-}2)$.

$f(x) = -4x^2$
$y = -4(-2)^2$
$y = -4 \cdot 4$
$y = -16$

c) Détermine la valeur de x pour laquelle $f(x) = {}^{-}256$.

$f(x) = -4x^2$
$\frac{-256}{-4} = \frac{-4x^2}{-4}$
$\sqrt{64} = \sqrt{x^2}$
± 8

d) Représente graphiquement la fonction f.



8. Explique pourquoi la valeur du paramètre a d'une fonction quadratique ne doit pas être égale à 0.

$\left.\begin{array}{l} f(x) = ax^2 \\ f(x) = 0 \cdot x^2 \\ f(x) = 0 \end{array}\right\}$ Cela devient une fonction à variation nulle.

9. La courbe d'une fonction exponentielle dont la règle est de la forme $h(x) = ab^x$ et dont la base est 3 passe par le point (2, 18).

a) Quelle est la règle de cette fonction ? Laisse les traces de ta démarche.

$h(x) = ab^x$
$h(x) = a(3)^x$
$18 = a(3)^2$
$\frac{18}{9} = \frac{a \cdot 9}{9}$
$2 = a \quad \Rightarrow h(x) = 2(3)^x$

b) Calcule $h(5)$.

$h(x) = 2(3)^x$
$y = 2(3)^5$
$y = 2 \cdot 243$
$y = 486$

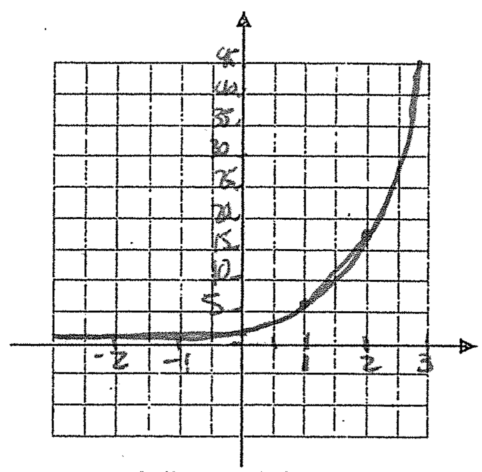
c) Détermine la valeur de x pour laquelle $h(x) = 4\,374$.

$h(x) = 2(3)^x$
$\frac{4374}{2} = \frac{2(3)^x}{2}$
$2187 = 3^x$

$\cdot\ 3^5 = 243$
$\cdot\ 3^6 = 729$
$\cdot\ 3^7 = 2187$

$\Rightarrow x = 7$

d) Représente graphiquement la fonction h.



x	y
-3	2/27
-2	2/9
-1	2/3
0	2
1	6
2	18
3	54

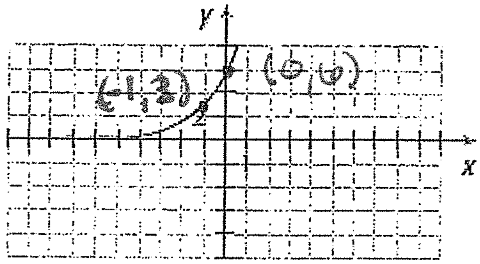
10. Explique pourquoi la base d'une fonction exponentielle ne doit pas être égale à 1.

$f(x) = a(b)^x$
$f(x) = 0(b)^x$
$f(x) = 0$

Cela devient une fonction à variation nulle

11. Détermine la règle des fonctions quadratiques ou exponentielles représentées ci-dessous.

a)

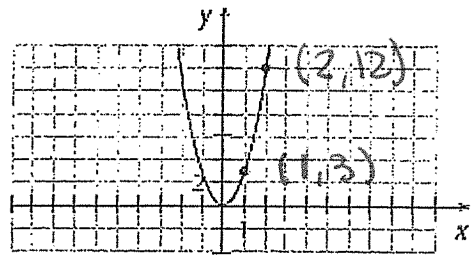


- $a = 6$
- $b \Rightarrow \begin{array}{c|c} -1 & 0 \\ \hline 3 & 6 \end{array} \Rightarrow b = 2$

$\times 2$

$f(x) = 6(2)^x$

b)



$f(x) = ax^2$

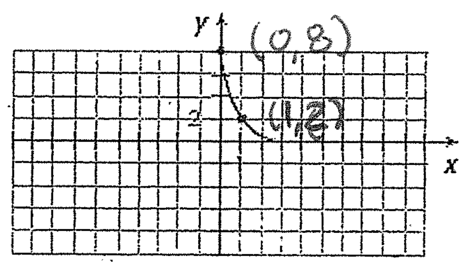
$3 = a(1)^2$

$3 = a \cdot 1$

$3 = a$

$f(x) = 3x^2$

c)

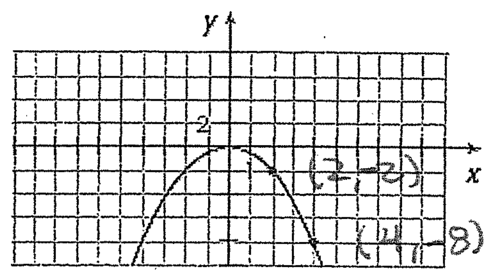


- $a = 8$
- $b \Rightarrow \begin{array}{c|c} 0 & 1 \\ \hline 8 & 2 \end{array}$

$\times \frac{1}{4}$

$f(x) = 8(\frac{1}{4})^x$

d)



$f(x) = ax^2$

$-2 = a(2)^2$

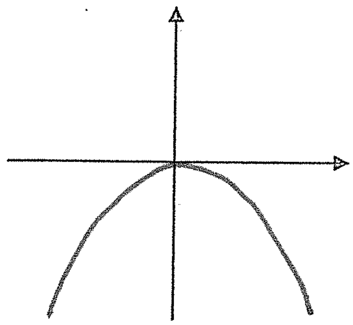
$\frac{-2}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$

$-0,5 = a$

$f(x) = -0,5x^2$

15. Esquisse le graphique et donne les propriétés des fonctions suivantes.

a) $f(x) = -2,5x^2$



Domaine : $\mathbb{R}$

Image : $]-\infty, 0]$

Valeur initiale : 0

Zéro : 0

<u>Variation</u>

Croissance: $]-\infty, 0]$

Décroissance : $[0, +\infty[$

<u>Le signe</u>

Positif : $\emptyset$

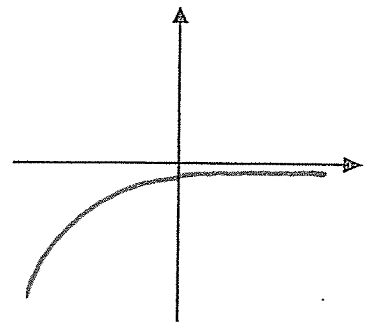
Négatif : $\mathbb{R}$

<u>Les extremums</u>

Maximum: 0

Minimum: $-\infty$

b) $f(x) = -3(0,4)^x$



Domaine : $\mathbb{R}$

Image : $]-\infty, 0[$

Valeur initiale : -3

Zéro : $\emptyset$

<u>Variation</u>

Croissance: $\mathbb{R}$

Décroissance : $\emptyset$

<u>Le signe</u>

Positif : $\emptyset$

Négatif : $\mathbb{R}$

<u>Les extremums</u>

Maximum: $\emptyset$

Minimum: $-\infty$

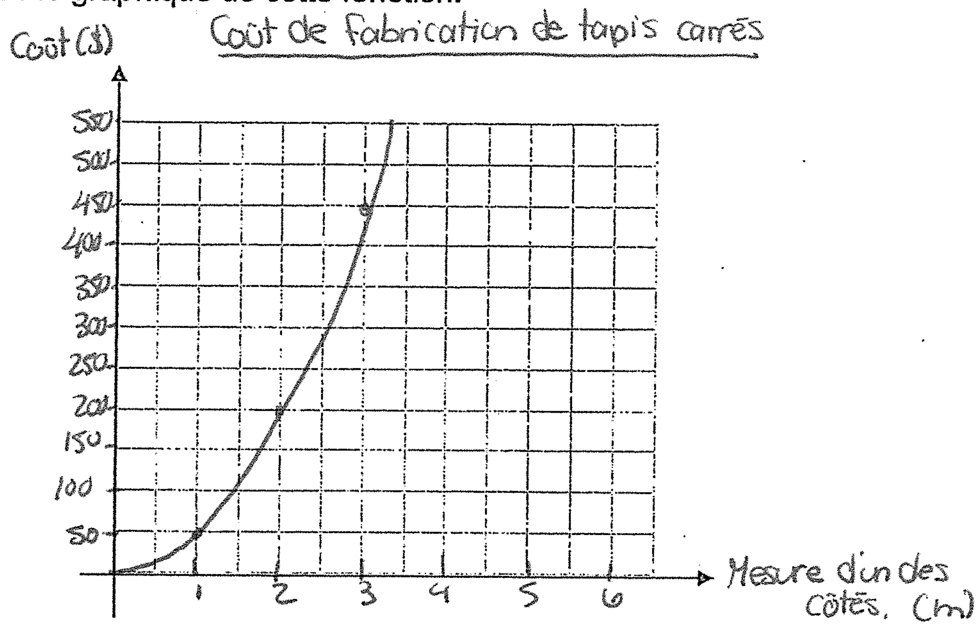
18. Un artisan confectionne des tapis carrés à la main. Il demande 50 $ du mètre carré. On s'intéresse à la relation entre la mesure d'un des côtés et le coût de fabrication.

a) Remplis cette table de valeurs.

$1^2 \cdot 50$ $2^2 \cdot 50$ $3^2 \cdot 50$

mesure d'un des côtés (m)	0	1	2	3
coût de fabrication	0	50	200	450

b) Construis le graphique de cette fonction.



c) Quel est le type de cette fonction ? Quadratique

d) Quelle est la règle de cette situation ?

$f(x) = ax^2$
$50 = a(1)^2$
$50 = a \cdot 1$
$50 = a$

$f(x) = 50x^2$

e) Si le coût de fabrication est de 7200 $, quelle est la dimension du tapis ?

$y = 50x^2$
$\frac{7200}{50} = \frac{50x^2}{50}$
$\sqrt{144} = \sqrt{x^2}$
$12 = x$

12 mètres

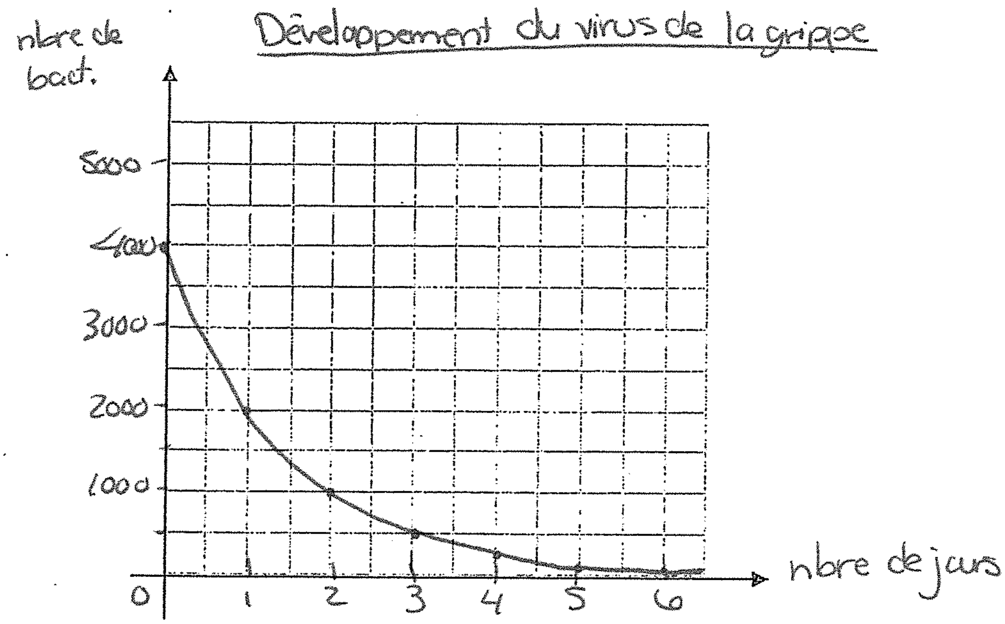
22. La grippe se déclare dans le corps humain lorsqu'il y a présence de 4000 bactéries d'un certain type. Les anticorps réussissent à détruire la moitié de ces bactéries à chaque jour. On étudie la relation entre le nombre de jours et le nombre de bactéries.

a) Remplis cette table de valeurs.

nbre de jours	0	1	2	3
nbre de bactéries	4000	2000	1000	500

×0,5 ×0,5 ×0,5

b) Construis le graphique de cette fonction.



c) Quel est le type de cette fonction ? Exponentielle.

d) Quelle est la règle de cette situation ?

$a = 4000$

$b = 0,5$

$f(x) = 4000(0,5)^x$

e) Après combien de jours le nombre de bactéries est-il inférieur à 1 ?

- $x = 10 \rightarrow 4000(0,5)^{10} = 3,91$
- $x = 11 \rightarrow 4000(0,5)^{11} = 1,95$
- $x = 12 \rightarrow 4000(0,5)^{12} \approx 0,98$

Après 12 jours

23. Une population de 50 rats triple à chaque 10 ans tandis qu'une population de 150 rats augmente de 5 % à chaque année.

a) Donne la règle pour chacune des populations.

$a = 50$
$b = 3$

Population 1 : $f(x) = 50(3)^x$
où x = nbre de décennies.

$a = 150$
$b = 100\% + 5\% = 105\%$
$= \frac{105}{100}$
$= 1{,}05$

Population 2 : $g(x) = 150(1{,}05)^x$
où x = nbre d'années.

b) Laquelle de ces deux populations sera la plus nombreuse dans 50 ans ?
Démarche :

* 50 ans = 5 décennies

Population 1

$f(x) = 50(3)^x$
$f(x) = 50(3)^5$
$f(x) = 12\,150$

$\Rightarrow$ 12 150 rats

Population 2

$g(x) = 150(1{,}05)^x$
$g(x) = 150(1{,}05)^{50}$
$g(x) \approx 1720{,}11$

$\Rightarrow$ 1720 rats.

La population 1 sera plus nombreuse.