

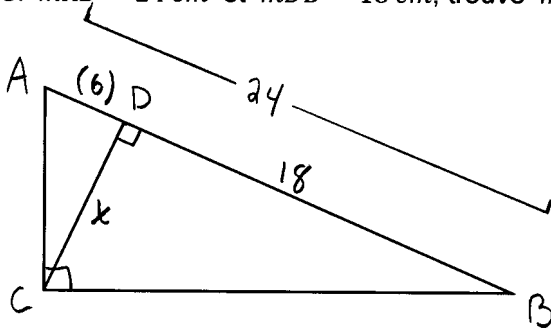
LES RELATIONS MÉTRIQUES

Exercices

TRIANGLES RECTANGLES

Théorème 4: Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

- 1- Dans un triangle ABC , rectangle en C , on trace la hauteur \overline{CD} .
Si $m\overline{AB} = 24 \text{ cm}$ et $m\overline{DB} = 18 \text{ cm}$, trouve $m\overline{CD}$.



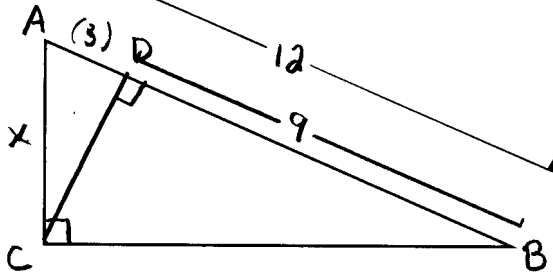
$$m\overline{AD} = 24 - 18 = 6 \text{ cm}$$

$$m\overline{CD} : \frac{6}{x} = \frac{x}{18} \quad \left. \vphantom{\frac{6}{x}} \right\} x^2 = 108$$

$x = 10,39$

Théorème 5: Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque cathète est moyenne proportionnelle entre la longueur de sa projection sur l'hypoténuse et l'hypoténuse entière.

- 2- Soit la hauteur \overline{DC} dans le triangle ABC , rectangle en C .
Quelle est la mesure de \overline{AC} si $m\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ et $m\overline{DB} = 9 \text{ cm}$.



$$m\overline{AD} = 12 - 9 = 3$$

$$m\overline{AC} : \frac{3}{x} = \frac{x}{12} \quad \left. \vphantom{\frac{3}{x}} \right\} x^2 = 36$$

$x = 6$

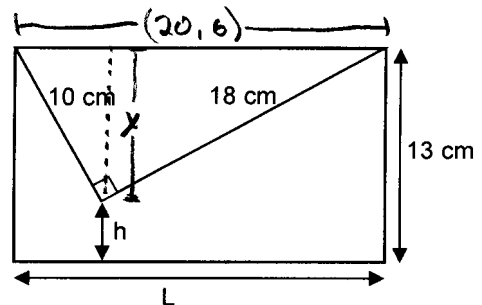
PROBLÈMES SUPPLÉMENTAIRES

- 3- Un manufacturier a créé un nouveau type d'enveloppe dont les dimensions sont données ci-contre.

Si la pointe du rabat est un angle droit, trouve, au dixième près, les mesures suivantes :

- a) la largeur « L » de l'enveloppe ;

$$L = \sqrt{10^2 + 18^2} = 20,6$$



- b) la mesure de « h ».

produit des cathètes (hauteur du Δ rectangle)

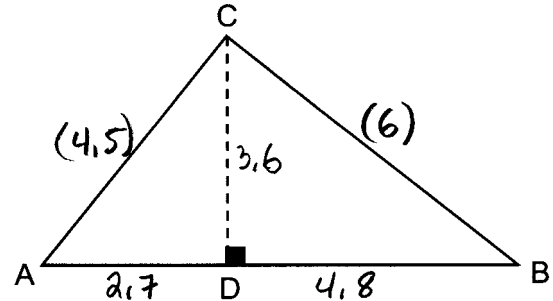
$$10 \cdot 18 = x \cdot 20,6 \rightarrow x = 8,7$$

$$h = 13 - 8,7 = 4,3$$

Rappel : Une quantité a est dite moyenne proportionnelle entre des quantités b et c si

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{c} \text{ ce qui est équivalent à } a = \sqrt{bc}$$

- 4- On construit un triangle ABC de la façon suivante. La base AB mesure 7,5 cm et on élève une hauteur CD de 3,6 cm à 2,7 cm de A et donc à 4,8 cm de B .



- a) À l'aide de la relation de Pythagore, calcule la mesure des côtés AC et BC .

$m\overline{AC} = \underline{4,5}$ $m\overline{BC} = \underline{6}$

- b) Le triangle ABC est-il un triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

Ouï car $7,5^2 = 4,5^2 + 6 \Rightarrow 56,25 = 56,25$

c'est la mesure de AC

- c) Calcule la moyenne proportionnelle entre la mesure de \overline{AD} et la mesure de \overline{AB} .

$\frac{2,7}{x} = \frac{x}{7,5} \Rightarrow x^2 = 2,7 \cdot 7,5 \Rightarrow x = \sqrt{2,7 \cdot 7,5} \Rightarrow x = 4,5$

- d) Calcule la moyenne proportionnelle entre la mesure de \overline{BD} et la mesure de \overline{AB} . Que remarques-tu ?

$\frac{4,8}{x} = \frac{x}{7,5} \Rightarrow x^2 = 4,8 \cdot 7,5 \Rightarrow x = \sqrt{4,8 \cdot 7,5} \Rightarrow x = 6$

c'est la mesure de BC

- e) Calcule la moyenne proportionnelle entre la mesure de \overline{AD} et la mesure de \overline{BD} . Que remarques-tu ?

$\frac{2,7}{x} = \frac{x}{4,8} \Rightarrow x^2 = 2,7 \cdot 4,8 \Rightarrow x = \sqrt{2,7 \cdot 4,8} \Rightarrow x = 3,6$

c'est la mesure de CD

- f) Quel est le produit des mesures du côté AB et de la hauteur CD ? Trouve deux autres segments dans cette figure dont le produit des mesures est le même.

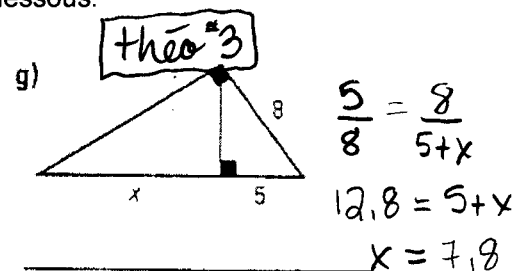
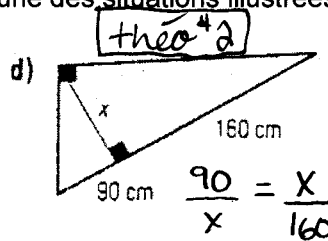
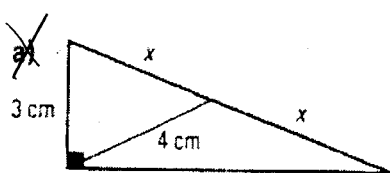
$AB \cdot CD = 7,5 \cdot 3,6 = 27$
 $AC \cdot CB = 4,5 \cdot 6 = 27$ } *donc AC et CB*

5- Vrai ou faux ?

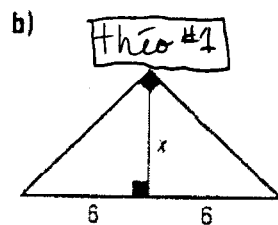
Dans un triangle rectangle,

- a) la médiane relative à l'hypoténuse détermine deux triangles semblables entre eux ; F
- b) la mesure de la hauteur relative à l'hypoténuse est égale à la demi-mesure de l'hypoténuse ; F
- c) le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit ; V
- d) la hauteur issue de l'angle droit est la moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse ; V
- e) le produit des mesures des deux côtés de l'angle droit est égal à la moitié du produit de la mesure de l'hypoténuse par celle de la hauteur relative à l'hypoténuse. F

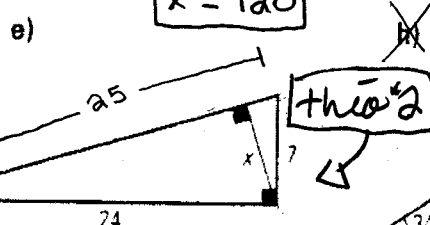
6- Trouve la valeur de x dans chacune des situations illustrées ci-dessous.



$$x^2 = 14400$$

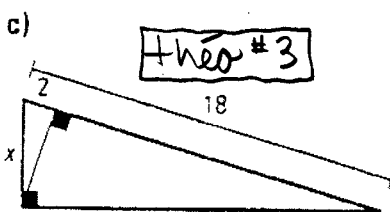
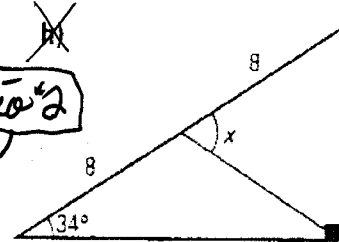


$$x = 6$$



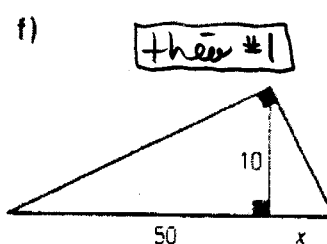
$$24 \cdot 7 = 25 \cdot x$$

$$x = 6,72$$



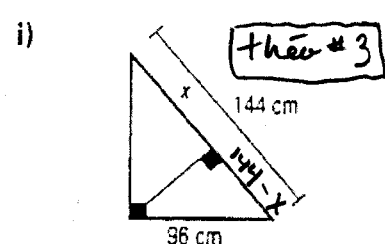
$$\frac{2}{x} = \frac{x}{18} \} x^2 = 36$$

$$x = 6$$



$$\frac{50}{10} = \frac{10}{x}$$

$$x = 2$$



$$\frac{144-x}{96} = \frac{96}{144}$$

$$9216 = 20736 - 144x$$

$$-11520 = -144x$$

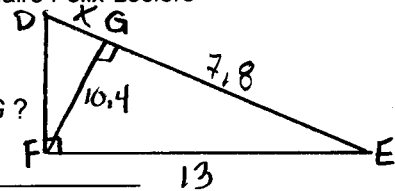
$$80 = x$$

7- Dans le triangle DEF, rectangle en F, on trace la hauteur FG.

Si $m\overline{EF} = 13 \text{ cm}$ et $m\overline{FG} = 10,4 \text{ cm}$, quelle est la mesure du segment DG ?

$$\overline{GE} = \sqrt{13^2 - 10,4^2} = 7,8 \Rightarrow \frac{7,8}{13} = \frac{13}{7,8+x} \Rightarrow 21,7 = 7,8+x$$

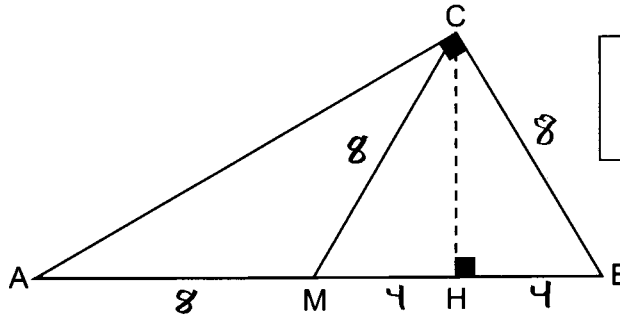
$+ \overline{FG} = 3 \quad x = 13,9$



8- Dans le triangle rectangle ci-contre, on a tracé la hauteur CH et la médiane CM.

Si $m\overline{CB} = 8 \text{ cm}$ et $m\overline{MH} = m\overline{HB}$, quelle est la mesure exacte des segments suivants ?

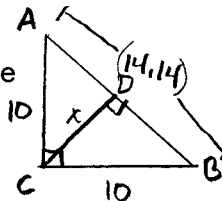
- a) \overline{CH} : 6,93
- b) \overline{AC} : 13,86
- c) \overline{CM} : 8
- d) \overline{HB} : 4
- e) \overline{AB} : 16



Le ΔCMB est équilateral

9- Quelle est la mesure exacte de la hauteur relative à l'hypoténuse dans un triangle rectangle isocèle dont un des côtés de l'angle droit mesure 10 cm ?

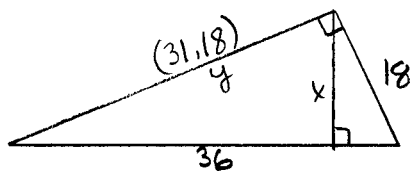
$$m\overline{AB} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \rightarrow 10 \cdot 10 = 14,14 \cdot x \Rightarrow x = 7,07$$



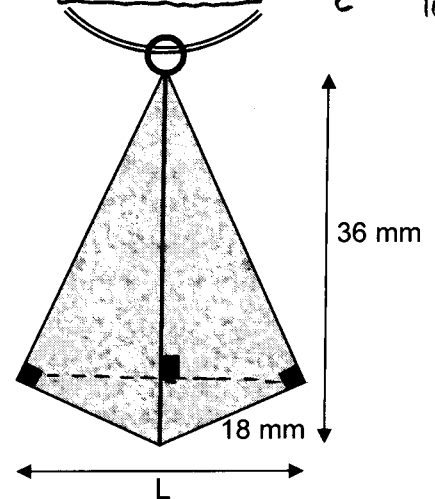
10- Un pendentif de la forme d'un quadrilatère a deux angles droits symétriquement opposés par rapport à la verticale. En te basant sur les mesures indiquées dans la figure ci-contre, calcule, au centième près, la largeur de ce pendentif.

$\overline{Théo}^{\#2} \quad 31,18 \cdot 18 = 36 \cdot x \Rightarrow x = 15,59$

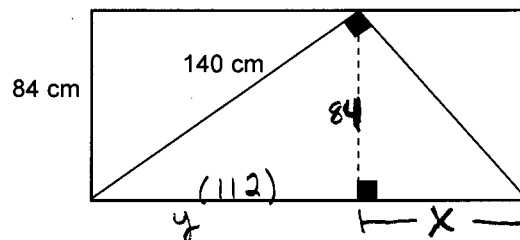
$L = 2 \cdot 15,59 = 31,18$



$$y = \sqrt{36^2 - 18^2} = 31,18$$



11- Deux feuilles de carton de 84 cm de longueur sont coupées de façon que, lorsqu'elles sont placées côte à côte, leurs diagonales forment un droit.

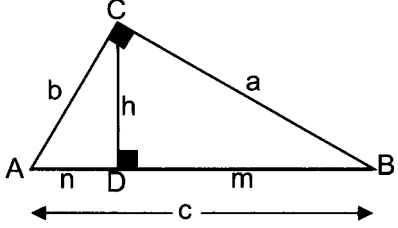


Si la diagonale d'une de ces feuilles mesure 140 cm, quelle est la largeur de l'autre feuille ?

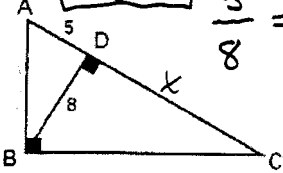
$$y = \sqrt{140^2 - 84^2} = 112 \Rightarrow \overline{Théo}^{\#1} \quad \frac{112}{84} = \frac{84}{x} \Rightarrow x = 63$$

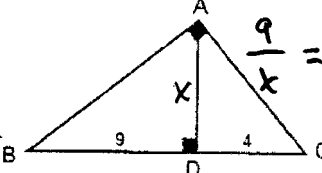
Rappel : Dans un triangle rectangle, la hauteur issue du sommet de l'angle droit détermine des segments dont les mesures vérifient les relations suivantes :

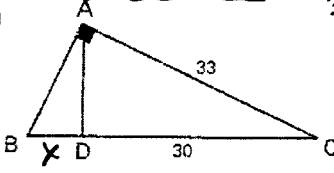
- $a^2 = mc$ et $b^2 = nc$
- $h^2 = mn$
- $ch = ab$

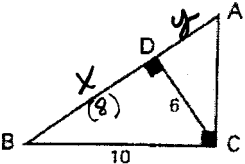


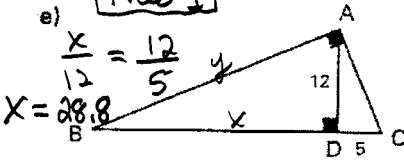
12- Détermine les mesures suivantes.

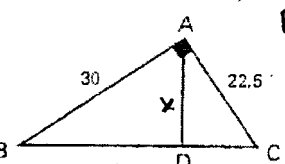
a)  $\frac{5}{8} = \frac{8}{x}$ **théo #1**
 $m \overline{CD} = 12,8$

b)  $\frac{9}{x} = \frac{x}{4}$ **théo #1**
 $m \overline{AD} = 6$

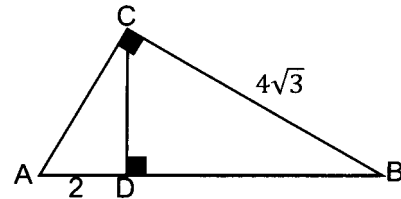
c)  **théo #3**
 $\frac{30}{33} = \frac{33}{30+x}$
 $36,3 = 30+x$
 $6,3 = x$
 $m \overline{BD} = 6,3$

d)  $x = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ **théo #1**
 $\frac{8}{6} = \frac{6}{y} \rightarrow y = 4,5$
 $m \overline{AB} = x + y = 12,5$

e)  **théo #1**
 $\frac{x}{12} = \frac{12}{5} \rightarrow x = 28,8$
 $m \overline{AB} = \sqrt{12^2 + 28,8^2} = 31,2$

f)  **théo #2**
 $BC = \sqrt{30^2 + 22,5^2} = 37,5$
 $30 \cdot 22,5 = 37,5 \cdot x$
 $m \overline{AD} = 18$

13- Détermine la mesure du segment **BD** dans le triangle ci-contre.



14- Le rectangle **ABCD** mesure 20 cm sur 15 cm. Les segments **AE** et **CF** sont perpendiculaires à la diagonale **BD**. Détermine le périmètre du parallélogramme **AECF**.

$$\overline{BD} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

$$\overline{HC} = 20 \cdot 15 = 25 \cdot 12$$

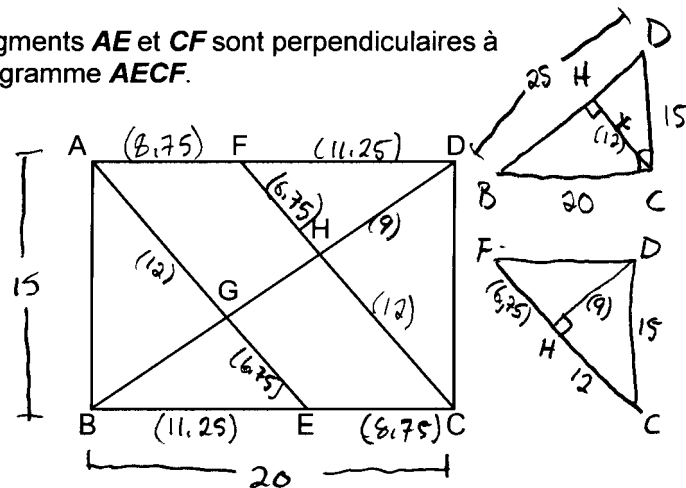
$$\overline{HC} = 12$$

$$\overline{HD} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$$

$$\overline{GE} \text{ et } \overline{FH} = \frac{FH}{9} = \frac{9}{12} \Rightarrow \overline{FH} = 6,75$$

$$\overline{BD} \text{ et } \overline{FD} : \sqrt{6,75^2 + 9^2} = 11,25$$

$$\overline{AF} \text{ et } \overline{EC} : 20 - 11,25 = 8,75$$



$$P = 8,75 + 12 + 6,75 + 8,75 + 12 + 6,75 = 55 \text{ cm}$$