Nom : ____________________

Devoir 6 - L'espérance mathématique (2e partie)

1. Calcule l'espérance mathématique dans chacun des cas suivants.

a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$; $P(1) = 0{,}2$, $P(2) = 0{,}15$, $P(3) = 0{,}4$ et $P(4) = 0{,}25$

$\mathcal{E} = 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}15 \cdot 2 + 0{,}4 \cdot 3 + 0{,}25 \cdot 4 = 2{,}7$

b) $\Omega = \{^-5, 5, 10\}$; $P(^-5) = \frac{3}{4}$, $P(5) = \frac{1}{5}$ et $P(10) = 0{,}05$

$\mathcal{E} = \frac{3}{4} \cdot (-5) + \frac{1}{5} \cdot 5 + 0{,}05 \cdot 10 = -2{,}25$

c) $\Omega = \{^-20, 0, 10\}$; $P(^-20) = 0{,}05$, $P(0) = 0{,}5$ et $P(10) = 0{,}45$

$\mathcal{E} = 0{,}05\,(-20) + 0{,}5 \cdot 0 + 0{,}45 \cdot 10 = 3{,}5$

d) $\Omega = \{2, 4, 6, 8\}$; $P(2) = 0{,}3$, $P(4) = 0{,}1$ et $P(6) = 0{,}4$ $\rightarrow P(8) = 1 - (0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}4) = 0{,}2$

$\mathcal{E} = 0{,}3 \cdot 2 + 0{,}1 \cdot 4 + 0{,}4 \cdot 6 + 0{,}2 \cdot 8 = 5$

2. Complète l'expression afin d'obtenir une espérance mathématique nulle.

Espérance mathématique $= 0{,}2 \times (^-6) + 0{,}8 \times (\_\_\_\_\_\_)$

$0 = 0{,}2 \cdot (-6) + 0{,}8x$

$0 = -1{,}2 + 0{,}8x$

$\rightarrow 1{,}2 = 0{,}8x$

$1{,}5 = x$

$\boxed{\text{Rép} : 1{,}5}$

3. Une roue de fortune est divisée également en 40 secteurs. Les lots sont répartis de la façon suivante : 8 secteurs rapportent 1 $ au gagnant ou à la gagnante ; 6 secteurs rapportent 2 $; 4 secteurs, 3 $ et 2 secteurs, 4 $. Les mises sont retournées avec les gains. Il en coûte 2 $ pour jouer.

a) Quelle est l'espérance de gain à ce jeu ?

$\mathcal{E} = \frac{8}{40} \cdot 1 + \frac{6}{40} \cdot 2 + \frac{4}{40} \cdot 3 + \frac{2}{40} \cdot 4 + \frac{20}{40}(-2) = 0$

b) Ce jeu est-il équitable ? Justifie ta réponse.

Oui car l'espérance est nulle

4. Une écologiste a recueilli des données sur l'âge au décès des cerfs de Virginie d'une région donnée. Quelle est l'espérance de vie des cerfs de Virginie de cette région ?

Âge au décès

Âge	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	4	30	84	142	92	74	40	14

→ TOTAL : 480 cerfs

$$\mathcal{E} = \frac{4}{480}\cdot 1 + \frac{30}{480}\cdot 2 + \frac{84}{480}\cdot 3 + \frac{142}{480}\cdot 4 + \frac{92}{480}\cdot 5 + \frac{74}{480}\cdot 6 + \frac{40}{480}\cdot 7 + \frac{14}{480}\cdot 8 = \boxed{4{,}54 \text{ ans}}$$

5. Une calculatrice à affichage graphique contient 4 piles. À l'achat, la probabilité qu'il y ait 0 pile à plat est de 0,98 ; qu'il y ait 1 pile à plat, de 0,01 ; 2 piles à plat, de 0,001 ; 3 piles à plat, de 0,001 ; et 4 piles à plat, de 0,008. Quel est, en moyenne, le nombre de piles à plat par lot de 1000 calculatrices ?

$$\mathcal{E} = 0{,}98\cdot 0 + 0{,}01\cdot 1 + 0{,}001\cdot 2 + 0{,}001\cdot 3 + 0{,}008\cdot 4 = 0{,}047 \text{ piles}$$

pour 1000 calculatrices : $0{,}047 \cdot 1000 = \boxed{47 \text{ piles}}$

~~**6.**~~ Un sac contient 10 billets de 5 \$, un certain nombre de billets de 10 \$, 4 billets de 20 \$ et un billet de 50 \$. Les gagnants à une épreuve d'endurance ont la possibilité de jouer à ce jeu et de garder le billet tiré au hasard. L'espérance mathématique de ce jeu est de 11,50 \$.
Combien y a-t-il de billets de 10 \$?

7. Le tableau suivant montre les possibilités de gain pour deux actions et les probabilités correspondantes. Laquelle des deux actions, A_1 ou A_2, présente la plus grande espérance de gain ?

Valeurs de deux actions

A_1	A_2	p
-100 \$	-200 \$	0,1
100 \$	150 \$	0,2
400 \$	500 \$	0,4
300 \$	200 \$	0,2
200 \$	300 \$	0,1

$E(A_1) = 0{,}1 \cdot (-100) + 0{,}2(100) + 0{,}4(400) + 0{,}2(300) + 0{,}1(200) = 250\$$

$E(A_2) = 0{,}1(-200) + 0{,}2(150) + 0{,}4(500) + 0{,}2(200) + 0{,}1(300) = \boxed{280\$}$

A_2

8. Une équipe de football met sur pied un tirage. Elle émet 1 000 billets qu'elle vend 10 \$ chacun. Les lots à gagner comprennent un prix de 2 000 \$, deux prix de 1 500 \$, deux prix de 1 000 \$, un certain nombre de prix de 500 \$ et deux prix de 200 \$. L'espérance mathématique de cette loterie est de -1. Combien y a-t-il de prix de 500 \$ à gagner ?

$9 = \frac{1}{1000}(2000) + \frac{2}{1000}(1500) + \frac{2}{1000}(1000) + \frac{x}{1000}(500) + \frac{2}{1000}(200)$

$1{,}6 = \frac{x}{1000} \cdot 500$

$x = 3{,}2$